

文章编号: 1000-8055(2010)10-2217-06

单向陶瓷基复合材料阻尼计算方法

汤 彬, 孙志刚, 高希光, 宋迎东
(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 根据陶瓷基复合材料界面脱黏区及黏结区纤维和基体的应力分布, 分析了拉伸和卸载时纤维相对基体的滑移机制, 发展了单向陶瓷基复合材料阻尼的计算方法, 并进行了数值分析. 结果表明: ①陶瓷基复合材料本身固有黏弹性阻尼很小, 材料发生基体开裂后, 界面滑移而引起的摩擦耗散成为材料主要的阻尼机制; ②减小界面剪应力或减小纤维体积含量可以改善材料的阻尼性能; ③材料阻尼随裂纹间距的增大而减小.

关 键 词: 陶瓷基复合材料; 阻尼; 界面脱黏; 滑移机制; 摩擦耗散能
中图分类号: TB332 **文献标识码:** A

Analytical method for estimating the damping in unidirectional ceramic matrix composites

TANG Bin, SUN Zhigang, GAO Xiguang, SONG Yingdong
(College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Based on the stress distribution in the bonded and de-bonded region of ceramic matrix composite (CMC) with matrix cracks, the sliding mechanism of CMC was investigated, and the analytical method for estimating damping capacity in unidirectional CMC was derived. Numerical examples show that: (1) CMCs' inherent damping capacity is very small. The damping of CMC is mostly caused by the frictional energy dissipation along the damaged fiber matrix interfaces. (2) The damping capacity of CMC will increase with the decreasing interfacial shear stress and the volume fraction of fibers. (3) When the matrix crack spacing increases, the damping coefficient of CMC is decreased.

Key words: ceramic matrix composites; damping; interfacial de-bonding; slip mechanism; frictional loss factor

陶瓷基复合材料(ceramic matrix composite, 简称 CMC) 是上世纪 80 年代开始发展起来的新一代结构材料, 该类材料具有良好的高温性能, 在航空航天领域具有广阔的应用前景. 自上世纪 90 年代开始, 国内外对 CMC 的力学性能开展了广泛的研究, 发展了多种力学模型预测其宏观弹性性能、强度以及疲劳性能. 但是, 关于 CMC 动态特性的研究还比较少.

事实上, 在航空航天领域, 存在大量的振动和噪声问题. 火箭、卫星等失效分析表明, 约 2/3 的故障与振动和噪声有关, 振动、冲击和噪声环境这些不良因素是导致运行控制精度下降、结构产生疲劳损伤、安全使用寿命缩短等后果的直接原因^[1]. 因此, 研究陶瓷基复合材料的阻尼性能, 提高其在振动和噪声服役环境下的可靠性, 是使陶瓷基复合材料结构件在各领域安全服役的重要保障.

对阻尼预报的力学研究无论是在长纤维还是短纤维复合材料中都有广泛应用. Kaliske 等^[2], Saravanos 等^[3]先后提出了预估单向纤维增强复合材料阻尼的综合微观方法. 然而, 针对陶瓷基复合材料阻尼预报研究却并不多. 目前, 有关 CMC 振动特性的研究工作主要集中于阻尼性能测试和计算方法研究. Tsai 等^[4]对无损伤 CMC 的阻尼计算方法进行了研究, 并分析了纤维取向, 纤维排列方式等对材料阻尼的影响. 王伟等^[5]对陶瓷基复合材料的界面阻尼, 增强纤维阻尼等宏观阻尼性能进行了研究. 然而由于陶瓷基复合材料的细观损伤及其演化过程产生的附加阻尼机理尚不清楚, 缺乏对此进行定量分析所必需的有效细观力学模型, 开展上述研究具有重要理论价值. Cho 等^[6]提出了陶瓷基复合材料损伤引起的界面脱黏区摩擦耗散能计算模型, Birman 和 Byrd^[7-8]在 Cho 的研究基础上采用简化的纤维和基体应力分布及脱黏长度的计算方法对陶瓷基复合材料的阻尼计算方法进行了研究.

本文基于阻尼的定义, 从广义能量耗散角度计算了单向陶瓷基复合材料组分相的固有阻尼系数, 并基于 Pryce 和 Smith^[9]的损伤模型, 结合 Solti^[10]提出的改进的陶瓷基复合材料界面脱黏区及黏结区纤维和基体的应力分布, 对材料在循环载荷下的阻尼性能进行了研究. 李龙彪等^[11]研究发现, 在卸载段, 纤维和基体之间的滑移并不发生在整个脱黏区域, 而只发生在反向滑移区域. 文章据此推导了拉伸和卸载时陶瓷基复合材料摩擦耗散能的表达式, 最终得到 CMC 阻尼计算表达式, 并据此讨论了界面剪应力、裂纹间距、纤维体积含量等主要参数对材料阻尼能力的影响.

1 陶瓷基复合材料阻尼计算

阻尼是指由于材料内部原因而使振动机械能消耗的现象, 又称内耗, 其基本定义为^[12]

$$\phi = \frac{\Delta W}{2\pi W}$$

(1)

式中 W 为振动一周的总能量; ΔW 为能量损耗; ϕ 为阻尼系数.

陶瓷基复合材料的阻尼机制主要有两个方面: ①基体和纤维材料的固有黏弹性所产生的材料阻尼; ②由于材料破坏引起的阻尼. 本节将分别对两种机制下的阻尼计算方法进行讨论.

1.1 组分相的固有阻尼

复合材料在不考虑界面相的前提下, 阻尼的

贡献主要来自基体和纤维材料固有的黏弹性. Chang 等^[13]基于混合率法则提出了单向复合材料纤维相阻尼表达式

$$\phi_x = \frac{E_f V_f \phi_f + E_m V_m \phi_m}{E_f V_f + E_m V_m}$$

(2)

其中 ϕ_f, ϕ_m 分别为纤维和基体的阻尼系数, E_f, E_m 分别为纤维及基体轴向弹性模量, V_f, V_m 分别为纤维和基体的体积分, 以下简称体积含量.

本文基于阻尼的定义, 从广义能量耗散角度计算材料组分相的固有阻尼. 令单位体积材料在最大振幅时的纤维应变能为 U_f , 基体应变能为 U_m , 其表达式为

$$\begin{cases} U_f = \sigma^2 \frac{E_f}{2E_c^2} V_f \\ U_m = \sigma^2 \frac{E_m}{2E_c^2} V_m \end{cases}$$

(3)

其中 $E_c = E_f V_f + E_m V_m$, σ 为外载荷.

根据式(1), 单向陶瓷基复合材料纤维相阻尼表达式为

$$\phi_x = \frac{U_f \phi_f + U_m \phi_m}{U_f + U_m}$$

(4)

将式(3)中 U_f 和 U_m 的表达式代入式(4), 可得到与式(2)相同的结果.

1.2 界面摩擦耗散能引起的阻尼

单向陶瓷基复合材料发生基体开裂后发生界面脱黏, 纤维与基体之间在脱黏区出现滑移, 产生摩擦耗散能, 形成阻尼机制. 当材料受到循环载荷作用时, 材料的响应可分为四个阶段: 正向加载段(即拉伸段), 正向卸载段, 反向加载段(即压缩段), 反向卸载段. 如图 1 所示.

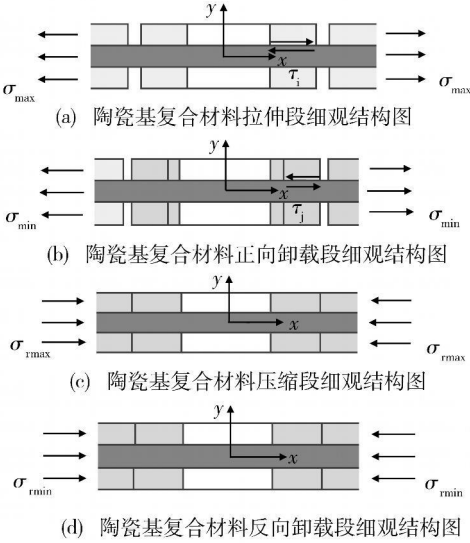


图 1 外力响应细观模型

Fig. 1 Model of response to external force

图 1 中阴影部分为界面脱黏段, 箭头方向分别表示基体和纤维所受界面剪应力的方向。

压缩段和反向卸载段的细观结构图如图 1 (c) 和图 1 (d) 所示。由于在压缩阶段, 基体裂纹可视为闭合, 基体与纤维共同承载, 且由于纤维的泊松效应, 纤维径向膨胀, 使得在脱黏段, 基体与纤维仍紧密黏接。因此, 本文假设在压缩段及反向卸载段, 基体与纤维间不发生相对滑移, 即压缩及卸载过程对复合材料阻尼没有贡献。

为了在循环载荷情况下忽略压缩过程的影响, 令外载荷应力 σ 表达式为^[7]

$$\sigma = \sigma_0 (1 + \sin \omega t) \tag{5}$$

其中 σ_0 为应力幅值, ω 为角频率, t 为时间。根据式(5), 外载荷应力峰值 $\sigma_{\max} = 2\sigma_0$, 而应力谷值 $\sigma_{\min} = 0$ 。

1. 2. 1 拉伸段阻尼计算

拉伸段细观结构图如图 1 (a) 所示, 陶瓷基复合材料在界面剪应力超过临界脱黏应力 τ_{ult} 时 ($\tau(x)_{\max} > \tau_{\text{ult}}$) 发生脱黏, 在脱黏段, 界面剪应力假设为恒值 τ_i , 如图 2 所示。

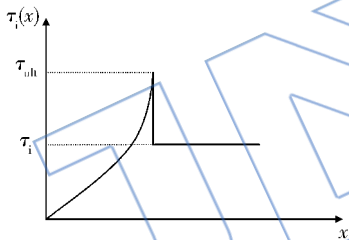


图 2 陶瓷基复合材料界面剪应力

Fig. 2 Interfacial shear stress of CMC

τ_{ult} 为陶瓷基复合材料固有的材料参数, 黏结段的界面剪应力表达式为^[10]

$$\tau(x) = -\frac{\beta r_f}{2} \times \frac{\sinh(\beta x)}{\cosh\left[\beta\left(\frac{L}{2} - l_{\text{fd}}\right)\right]} \left[\frac{V_m}{V_f} \alpha_{m0} - 2 \frac{\tau_i}{r_f} l_{\text{fd}} \right] \tag{6}$$

其中

$$\beta = \sqrt{\frac{E_1}{V_m E_m E_f}} H, \quad \alpha_0 = \frac{E_f}{E_c} \alpha_{\max}, \quad \alpha_{m0} = \frac{E_m}{E_c} \alpha_{\max},$$

$$H = \frac{8}{r_f^2} \left[\frac{1}{G_f} + \frac{1}{G_m} \left(\frac{2}{V_m} \ln \frac{1}{V_f} - 3 - 2 \frac{V_f}{V_m} \right) \right]^{-1}$$

根据最大剪应力脱黏准则, 材料在 $\left[x = \frac{L}{2} - l_{\text{fd}} \right]$ 处发生脱黏, 于是有

$$\tau \left[x = \frac{L}{2} - l_{\text{fd}} \right] = \tau_{\text{ult}} \tag{7}$$

联立求解式(6), (7), 可得到脱黏长度 l_{fd} 表达式为

$$l_{\text{fd}} = \frac{1}{2} \frac{r_f}{r_i} \frac{V_m \alpha_{m0}}{V_f \tau_i} - \frac{1}{\beta \tanh\left[\beta\left(\frac{L}{2} - l_{\text{fd}}\right)\right]} \frac{\tau_{\text{ult}}}{\tau_i} \tag{8}$$

根据单向陶瓷基复合材料在界面滑移区 $\left[x \in \left[\frac{L}{2} - l_{\text{fd}}, \frac{L}{2} \right] \right]$ 的应力分布^[10], 得到拉伸段纤维和基体轴向应力变化量表达式为

$$\begin{cases} \Delta \sigma(x) = \frac{\Delta \sigma}{V_f} - \frac{2 \tau_i}{r_f} \left(\frac{L}{2} - x \right) \\ \Delta \sigma_m(x) = \frac{V_f}{V_m} \frac{2 \tau_i}{r_f} \left(\frac{L}{2} - x \right) \end{cases} \tag{9}$$

其中 $\Delta \sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = 2\sigma_0$ 。

加载段摩擦耗散能 ΔW_1 表达式如下:

$$\Delta W_1 = \int_{\frac{L}{2} - l_{\text{fd}}}^{\frac{L}{2}} 2 \pi r_f \tau_i (U_f - U_m) dx \tag{10}$$

式(10)中, U_f 为滑移段纤维的位移, U_m 为滑移段基体的位移, 表达式如下:

$$\begin{cases} U_f(x) = \int_{\frac{L}{2} - l_{\text{fd}}}^x \frac{\sigma_{\text{fd}}(x)}{E_f} dx \\ U_m(x) = \int_{\frac{L}{2} - l_{\text{fd}}}^x \frac{\sigma_{\text{md}}(x)}{E_m} dx \end{cases} \tag{11}$$

将各个参数的表达式带入式(10)得到拉伸段摩擦耗散能表达式为

$$\Delta W_1 = 2 \pi r_f \tau_i \left[\frac{\Delta \sigma}{2 V_f E_f} l_{\text{fd}}^2 - \frac{2}{3} \frac{\tau_i}{r_f} \left(\frac{V_f}{E_m V_m} + \frac{1}{E_f} \right) l_{\text{fd}}^3 \right] \tag{12}$$

1. 2. 2 正向卸载段阻尼计算

正向卸载时的细观结构图如图 1 (b) 所示, 当从峰值载荷 $\alpha_{\max}$ 卸载时, 由于基体在裂纹平面不承载载荷, 在界面脱黏区纤维将相对基体发生反向滑移。由于在整个卸载过程中, 滑移段的纤维及基体都仅受恒定的界面剪应力 τ_i 的影响^[9], 故认为滑移过程中, 滑移段纤维和基体的应力均为线性分布。

在图 1 (b) 中可以看出, 反向滑移段的长度无法达到脱黏段尖端, 根据卸载时纤维轴向的应力平衡关系以及黏结段的应力分布^[9], 得到黏结段剪应力分布为

$$\tau(x) = \frac{\beta r_f}{2} \times \frac{\sinh(\beta x)}{\cosh\left[\beta\left(\frac{L}{2} - l_{\text{fd}}\right)\right]} \left[\frac{V_m}{V_f} \alpha_{m0} - \frac{2 \tau_i}{r_f} (l_{\text{fd}} - 2 l_{\text{rd}}) \right] \tag{13}$$

结合式(7), (13) 可得到反向滑移段长度 l_{rd}

的表达式为

$$l_{rd} = \frac{1}{2} \left\{ l_{fd} - \frac{1}{2} \frac{V_m}{V_f} \frac{Q_{m0}}{\tau_i} r_f + \frac{1}{\beta \tanh \left[\beta \left(\frac{L}{2} - l_{fd} \right) \right]} \frac{\tau_{nh}}{\tau_i} \right\} \tag{14}$$

与加载段类似，根据卸载段纤维和基体的轴向应力分布^[10]得到卸载段纤维和基体轴向应力变化量表达式为

$$\begin{cases} \Delta \sigma_f(x) = \frac{\Delta \sigma}{V_f} - \frac{4 \tau_i}{r_f} \left(\frac{L}{2} - x \right) \\ \Delta \sigma_m(x) = \frac{V_f}{V_m} \frac{4 \tau_i}{r_f} \left(\frac{L}{2} - x \right) \end{cases} \tag{15}$$

卸载段摩擦耗散能 ΔW_2 表达式如下:

$$\Delta W_2 = \int_{\frac{L}{2} - l_{rd}}^{\frac{L}{2}} 2 \pi r_f \tau_i (U_{rf} - U_{rm}) dx \tag{16}$$

结合式(11),(15),(16)得到卸载段摩擦耗散能表达式为

$$\Delta W_2 = 2 \pi r_f \tau_i \left[\frac{\Delta \sigma}{2 V_f E_f} l_{rd}^2 - \frac{4}{3} \frac{\tau_i}{r_f} \left(\frac{V_f}{E_m V_m} + \frac{1}{E_f} \right) l_{rd}^3 \right] \tag{17}$$

1.2.3 材料最大应变能计算

纤维和基体在每一振动循环内的最大应变能均在应力幅值达到 σ_{max} 时得到,纤维最大应变能 W_f 表达式如下:

$$W_f = \frac{1}{2} \int_V \sigma_f \epsilon_f dV = \frac{1}{2} \pi r_f^2 \left[\int_0^{\frac{L}{2} - l_{fd}} \frac{\sigma_{fb}^2(x)}{E_f} dx + \int_{\frac{L}{2} - l_{fd}}^{\frac{L}{2}} \frac{\sigma_{fd}^2(x)}{E_f} dx \right] \tag{18}$$

基体最大应变能 W_m 表达式如下:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \sigma_m \epsilon_m dV = \frac{1}{2} \pi (r_m^2 - r_f^2) \times \left[\int_0^{\frac{L}{2} - l_{fd}} \frac{\sigma_{mb}^2(x)}{E_m} dx + \int_{\frac{L}{2} - l_{fd}}^{\frac{L}{2}} \frac{\sigma_{md}^2(x)}{E_m} dx \right] \tag{19}$$

其中 σ_{fb} , σ_{mb} 分别为黏结段纤维和基体的应力分布^[10].

1.2.4 总摩擦耗散阻尼的计算

根据式(1),在整个加卸载过程中,总摩擦力耗散能为 $\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2$,摩擦耗散能引起的阻尼系数为

$$\phi'_x = \frac{\Delta W}{2 \pi (W_f + W_m)} \tag{20}$$

1.3 材料总阻尼系数的计算

单向陶瓷基复合材料轴向总阻尼系数表达式为

$$\phi = \phi_x + \phi'_x \tag{21}$$

2 算例分析

2.1 SiC/CAS(calcium aluminosilicate)-II 阻尼计算

本文以陶瓷基复合材料 SiC/CAS-II 为例,其材料参数如表 1 所示^[10].

表 1 SiC/CAS-II 材料参数
Table 1 SiC/CAS-II material properties

参数	数值	参数	数值
E_f/GPa	190	$r_f/\mu\text{m}$	7.3
E_m/GPa	93	ϕ_f	0.002
τ_{di}/MPa	220	ϕ_m	0.001

裂纹间距为 0.35 mm,界面剪应力为 10 MPa,纤维体积含量为 0.35 时,材料总阻尼计算结果如图 3 所示.

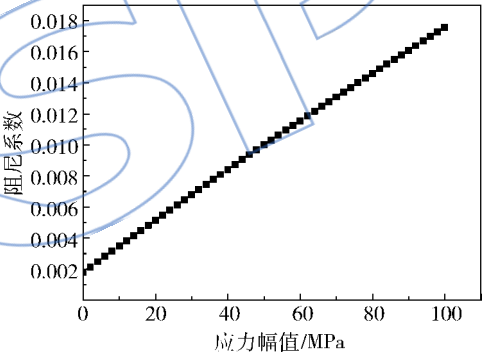


图 3 总 SDC(specific damping capacity) 随应力幅值变化曲线

Fig.3 Total specific damping capacity of CMC

将表 1 列出的材料参数分别代入本文的计算式和文献[7]的计算公式中,将不同幅值 σ_b 下得到的计算结果进行对比,如表 2 所示.

表 2 阻尼系数计算结果对比

σ/MPa	ϕ [7]	本文结果
25	0.007 04	0.005 97
50	0.012 14	0.009 98
75	0.017 09	0.013 84
100	0.021 88	0.017 54

从结果可以看出,由于文献[7]采用简化的滑移长度计算方法,使得在正向卸载段计算得到的滑移长度偏大,其摩擦耗散能计算结果也偏大.

材料组分相的阻尼占材料总阻尼的比例随应力幅值变化曲线如图 4 所示.

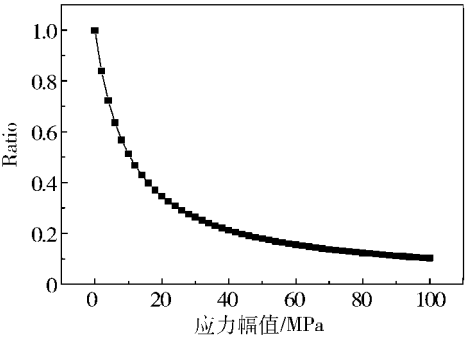


图 4 材料组分相阻尼占总 SDC 比例
Fig. 4 Ratio of CM Cs' inherent damping capacity over the total specific damping capacity

从图 4 可以看出, 当外载荷为零时, 材料的阻尼完全来自组分相固有的阻尼, 而随着外载荷的增加, 脱黏长度增加, 摩擦耗散阻尼增大, 组分相固有阻尼占总阻尼系数的比例迅速减小, 在应力幅值 σ_0 超过 20 MPa 时, 该比例已减小至 30% 以下, 在 σ_0 达到 100 MPa 时, 该比例仅为 10% 左右. 由此可见, 作为一种脆性材料, 陶瓷基复合材料组分相的阻尼很小, 由纤维和基体之间摩擦产生能量耗散, 就成为陶瓷基复合材料最主要的阻尼机制.

2.2 界面剪应力对含损伤材料阻尼影响

分别计算界面剪应力 τ_i 为 8, 10, 12 MPa 下材料阻尼系数的变化情况. 结果如图 5 所示.

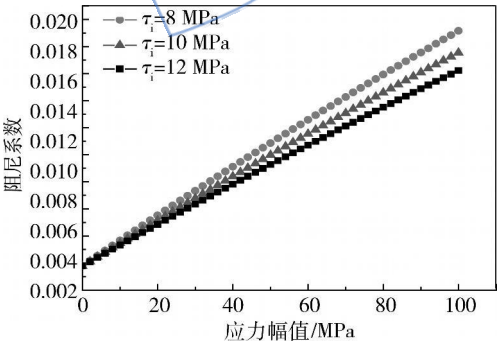


图 5 界面剪应力的影响
Fig. 5 Effect of the interfacial shear stress

由图 5 可以看出, 随着界面剪应力的增大, 摩擦产生的阻尼系数逐渐减小. 这是由于随着界面剪应力增大, 纤维和基体相对滑移距离减小, 从而导致摩擦耗散能减小.

2.3 裂纹间距对含损伤材料阻尼影响

取纤维体积含量为 0.35, 分别计算裂纹间距 L 为 0.3, 0.35, 0.4 mm 下材料阻尼系数的变化情况. 结果图 6 所示.

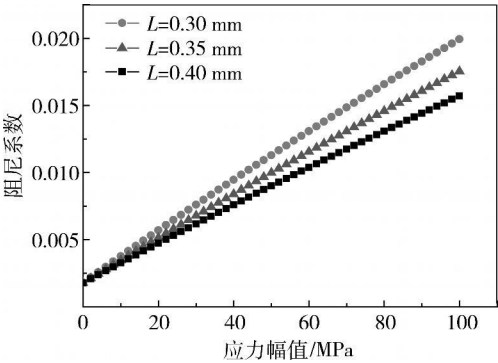


图 6 裂纹间距的影响
Fig. 6 Effect of the matrix crack spacing

由图 6 可以看出, 随着裂纹间距增大, 摩擦产生的阻尼系数逐渐减小, 通过计算发现, 随着裂纹间距增大, 两条裂纹间的基体和纤维的应变能都增大, 而摩擦耗散能却不随裂纹间距的增大而变化.

2.4 纤维体积含量对含损伤材料阻尼影响

取裂纹间距为 0.35 mm, 分别计算纤维体积含量 V_f 为 0.30, 0.35, 0.40 下陶瓷基复合材料阻尼系数的变化情况. 结果图 7 所示.

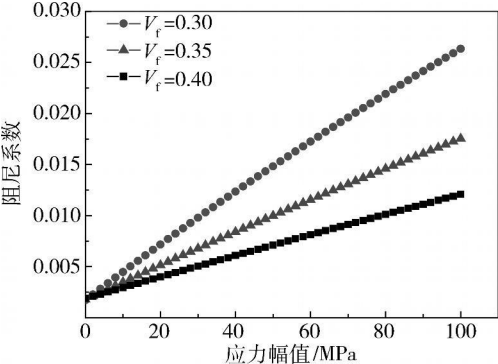


图 7 纤维体积分量的影响
Fig. 7 Effect of the volume fraction of fibers

由图 7 可以看出, 随着纤维体积含量增大, 在裂纹平面纤维独自承载的振幅应力值减小, 滑移长度也随之减小, 从而使得摩擦耗散能随着纤维体积含量而减小, 而材料的应变能变化并不明显, 因而摩擦产生的阻尼系数也随纤维体积分量的增大而减小.

对比图 6、图 7，当保持纤维体积含量为 0.35 不变，裂纹间距由 0.35 mm 减小为 0.30 mm 时，阻尼系数最大值由 0.0175 增大为 0.0199；当保持裂纹间距为 0.35 mm 不变，纤维体积含量由 0.35 减小至 0.30 时，阻尼系数最大值由 0.0175 增大至 0.0263，由此可以看出，当纤维体积含量和裂纹间距变化的百分比相同时，纤维体积含量变化引起的阻尼系数变化量明显大于裂纹间距变化引起的阻尼系数变化量，即纤维体积含量对材料阻尼系数的影响比裂纹间距的影响更为明显。

3 结 论

通过上述分析可以得出如下结论：

- 1) 与已有的文献[7] 计算结果相比，本文以 $\tau(x)_{max} > \tau_{ult}$ 作为脱黏准则，分别计算了正向、反向滑移段长度。改进的材料阻尼系数计算方法的结果比简化的计算方法的结果要小。
- 2) 陶瓷基复合材料纤维和基体本身阻尼都很低，对于材料的阻尼贡献很小，因此，材料发生界面脱黏后，由于基体和纤维间发生相对滑移而产生的摩擦耗散成为材料主要的阻尼机制。
- 3) 随着界面剪应力的增大，纤维和基体的相对滑移距离减小，从而使得摩擦耗散能减小，因而摩擦产生的阻尼系数也逐渐减小。
- 4) 摩擦耗散能不随裂纹间距的变化而变化，但裂纹间距增大使得裂纹间的材料的应变能明显增大，因而摩擦产生的阻尼系数随裂纹间距的增大而逐渐减小。
- 5) 随着纤维体积含量增大，在裂纹平面纤维独自承载的应力幅值减小，从而使得滑移长度减小，摩擦产生的阻尼系数也随之减小。
- 6) 在纤维体积含量和裂纹间距变化的百分比相同的情况下，纤维体积含量对材料阻尼系数的影响比裂纹间距对材料阻尼系数的影响更明显。

参考文献：

[1] 任勇生，刘立厚. 纤维增强复合材料结构阻尼研究进展 [J]. 力学与实践，2004，26(1)：71-75.
REN Yongsheng, LIU Lihou. Research of damping in fiber reinforced composites[J]. Mechanics in Engineering, 2004, 26(1)：71-75. (in Chinese)

[2] Kaliske M, Rother H. Damping characterization of unidir

rectional fiber reinforced polymer composites[J]. Composites Engineering, 1995, 5(5)：551-567.

[3] Saravanos D A, Chamis C C. Unified micromechanics of damping for unidirectional and offaxis fiber composites [J]. ASTM Journal of Composites Technology and Research, 1990, 12(1)：31-40.

[4] Tsai J L, Chi Y K. Effect of fiber array on damping behaviors of fiber composites[J]. Composites Part B Engineering, 2008, 39(7-8)：1196-1204.

[5] 王伟，成来飞，张立同. 2D C/SiC 复合材料阻尼性能研究 [J]. 固体火箭技术，2006，29(6)：152-155.
WANG Wei, CHENG Laifei, ZHANG Litong. Study on damping capacity of two dimensional carbon fiber reinforced silicon carbide (2D C/SiC) composites[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2006, 29 (6)：152-155. (in Chinese)

[6] Cho C, Holmes J W, Barber J R. Estimation of interfacial shear in ceramic composites from frictional heating measurements[J]. Journal of American Ceramic Society, 1991, 74(11)：2802-2808.

[7] Birman V, Byrd L W. Effect of matrix cracks on damping in unidirectional and cross ply ceramic matrix composites [J]. Journal of Composites Materials, 2002, 36 (15)：1859-1879.

[8] Birman V, Byrd L W. Damping in ceramic matrix composites with matrix cracks[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(16)：4239-4256.

[9] Pryce A W, Smith P A. Matrix cracking in unidirectional ceramic matrix composites under quasistatic and cyclic loading[J]. Acta Metallurgica et Materialia, 1993, 41(4)：1269-1281.

[10] Solti J P. Modeling of progressive damage in fiber reinforced ceramic matrix composites [D]. USA: Air Force Inst. of Tech. Wright-Patterson AFB OH School of Engineering, 1996.

[11] 李龙彪，宋迎东，孙志刚. 界面脱粘对陶瓷基复合材料疲劳迟滞回线的影响[J]. 固体力学学报，2009，30(1)：8-13.
LI Longbiao, SONG Yingdong, SUN Zhigang. Influence of interface debonding on the fatigue hysteresis loops of ceramic matrix composites[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2009, 30(1)：8-13. (in Chinese)

[12] 廖英强，杜楠，程勇. 复合材料的阻尼分析[J]. 玻璃纤维，2007(1)：15-18.
LIAO Yingqiang, DU Nan, CHENG Yong. Analysis of damping for composites[J]. Fiber Glass, 2007(1)：15-18. (in Chinese)

[13] Chang S, Bert C W. Analysis of damping for filamentary composite materials[C] // Proceedings of the 6th St. Louis Symposium. St. Louis, MO: American Society for Metals., 1972: 51-62.